



XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

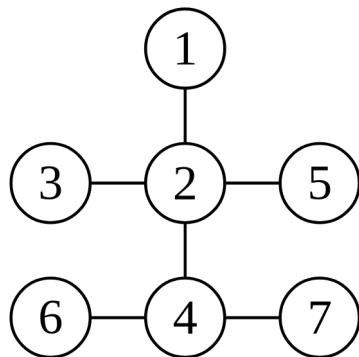
Задача В1. КОЛЕДА

⌚ 0.4 сек. ⚡ 256 MB

Коледният дух не е пропуснал дома на Мария, където днес тя се е заела да украсява коледната елха. Коледната елха представлява свързан граф G с n върха и $n - 1$ ребра без цикли (с други думи, напълно нормално дърво).

Тя иска да постави едно коледно човече в дървото си – за него ще трябва да се отделят седем върха a, b, \dots, g , които изпълняват следните свойства:

- Върх a наричаме “глава” и има единствено дете *сред избраните върхове* – върх b .
- Върх b наричаме “гърди” и има три деца *сред избраните върхове* – върхове c, d, e .
- Върхове c и e наричаме “лява ръка” и “дясна ръка” и нямат деца *сред избраните върхове*.
- Върхове d наричаме “кръст” и има две деца *сред избраните върхове* – върхове f и g .
- Върхове f и g наричаме “ляв крак” и “десен крак” и нямат деца *сред избраните върхове*.
- Двойките $(a, b), (b, c), (b, d), (b, e), (d, f)$ и (d, g) са ребра в дадения граф G .



Едно примерно човече в горния граф е $(a, b, c, d, e, f, g) = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$. Ако разменим лявата и дясната ръка на човечето, ще получим различно човече.

На Мария и е трудно да определи кои точно върхове да избере за коледното човече. Напишете програма `christmas`, която да определи колко опции има за поставянето му, по модул $10^9 + 7$. Две опции са различни, когато описващите ги седморки (a, b, c, d, e, f, g) са различни.

Вход

На първия ред от стандартния вход се въвежда единствено число n – броя на върховете в дървото. На следващите $n - 1$ реда се въвеждат по две числа u и v , описващи едно ребро в дървото.

Изход

На единствения ред на стандартния изход изведете остатъкът при делението на броя на различните човечета на $10^9 + 7$.

Ограничения

- Всички числа във входа са в интервала $[1, 10^6]$.
- Графът, даден на входа, няма цикли и е свързан.
- Първият тест е примерният, за останалите е в сила: $n = k \times 10^{t-1}$ за тест номер t и някакво $1 \leq k \leq 10$.



XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
Общински кръг, 15 декември 2024 г.
Група В, 9 – 10 клас

Пример

Вход	Изход	Обяснение на примера
7 1 2 2 3 2 4 2 5 4 6 4 7	12	Това е примерът от условието. Едно примерно човече е $(a, b, c, d, e, f, g) = (3, 2, 5, 4, 1, 7, 6)$.



XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

Задача В2. СУМА ОТ МИНИМУМИ



1 сек.



256 MB

За домашно Елена има задачата да разработи алгоритъм, който за дадена редица a_1, a_2, \dots, a_n да връща стойността на израза

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} \min(a_i, a_j)$$

Елена обаче е втори клас – тя все още няма понятие от алгоритми и редици, а в допълнение не знае какво значи символа за сума \sum .

Окажете помощ, като напишете програма **sumin**, която намира сумата от минимумите на всички двойки (a_i, a_j) , за които $i < j$.

Вход

На първия ред от стандартния вход се въвежда n – броят на числата в редицата. От втория ред се въвеждат n числа – елементите на редицата a_1, a_2, \dots, a_n .

Изход

На единствения ред от стандартния изход изведете единствено число – търсената сума.

Ограничения

- $1 \leq n \leq 10^6$
- $1 \leq a_i \leq 10^9$ за всяко $1 \leq i \leq n$
- В 30% от тестовете е изпъленено, че $1 \leq n \leq 10^3$.
- В други 30% от тестовете е изпъленено, че $1 \leq a_i \leq 10^6$.

Пример

Вход	Изход
10 3 1 4 1 5 9 2 6 5 3	111



XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

Задача В3. ДВУДЕЛЕН ГРАФ

⌚ 0.6 сек. ⚡ 256 MB

Яна не успя да измисли история за тази задача (дори с помощта на ChatGPT). Поради тази причина Вие ще получите проблема в грубата му, математическа формулировка.

Даден Ви е граф G с n върха и m ребра. Определете дали графът е двуделен. Ако не е такъв, изведете -1 . В противен случай ще получите списък от q двойки (u_j, v_j) , описващи ребра. Добавяйки новите ребра едно по едно в реда, в който са подадени на входа, засечете първия момент, когато графът спира да бъде двуделен. Ако няма такъв момент, изведете -2 .

Граф G наричаме “двуделен”, когато неговите върхове могат да бъдат оцветени в две цвята, такива че всяко ребро в графа свързва два върха, оцветени в различен цвят.

Напишете програма **bipartite**, която решава тази задача.

Вход

От първия ред на стандартния вход се въвеждат n, m и q – броят на върховете в графа, броят на ребрата в оригиналния граф и броят на ребрата, които ще се добавят впоследствие към графа.

На всеки от следващите m реда се въвежда по една двойка (u_i, v_i) за $1 \leq i \leq n$, описваща ребро, присъстващо в оригиналния граф.

На всеки от следващите q реда се въвежда по една двойка (u_j, v_j) за $1 \leq j \leq q$, описваща ребро, което ще се добави към графа. Допълнителните ребра са въведени във входа *точно* в реда, в който ще бъдат добавяни в графа.

Изход

На единствения ред на стандартния изход изведете единствено число:

- -1 , ако въведените ребра не са достатъчни да разделят графа на две компоненти.
- -2 , ако графът е двуделен и няма добавено ребро, което да разваля двуделността му.
- x , където x е индексът на реброто, чието добавяне в графа разваля двуделността му.

Ограничения

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq m, q \leq 4 \times 10^5$
- $1 \leq u_i, v_i, u_j, v_j \leq n$ за $1 \leq i \leq m$ и $1 \leq j \leq q$
- В графът може да има мултиребра и примки.
- В около 33% от тестовете $q = 0$.

Пример

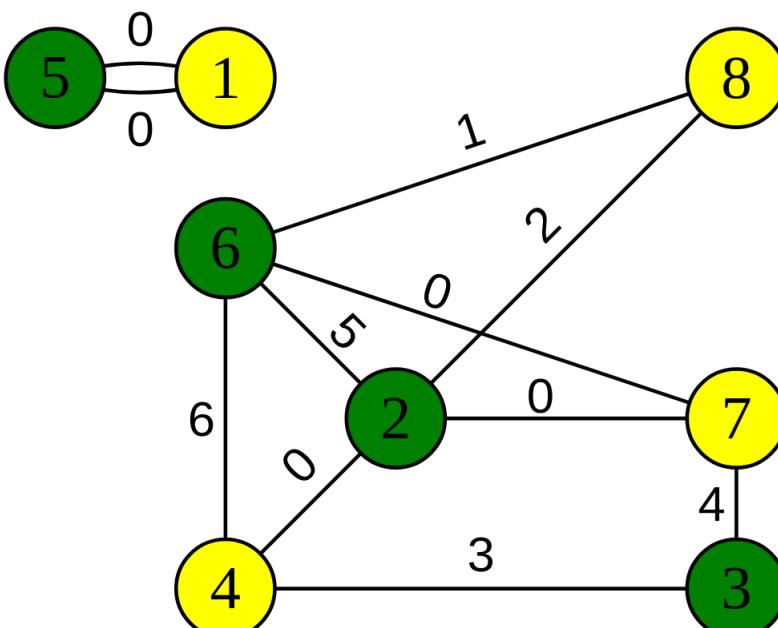
Вход	Изход	Обяснение
3 3 0 1 2 1 3 2 3	-1	Доказуемо е, че описаният граф не е двуделен.
3 0 3 1 2 1 3 2 3	3	Добавянето на последното ребро разваля двуделността на графа.



XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

Вход	Изход	Обяснение
8 5 6 1 5 5 1 6 7 2 4 2 7 6 8 8 2 4 3 3 7 6 2 4 6	5	На илюстрацията отдолу е показан графът от примера. С 0 са означени ребрата, които оригинално са в графа. С положителни числа са означени ребрата, които се добавят впоследствие, в реда им на добавяне. 
8 4 5 1 3 2 7 8 5 4 6 3 7 2 5 4 5 6 8 8 1	-2	Тук графът е двуделен през цялото време. 