XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
Общински кръг, 15 декември 2024 г.
Група А, 11 – 12 клас

Задача А1. ПЪТИЩА С ДЕЛИМОСТ

1 сек. 512 MB

Дадена е правоъгълна таблица с N реда и M колони, където всяка клетката на ред x и колона y съдържа цяло число $a_{(x,y)}$. Вашата задача е да преброите броя на пътищата от горния ляв ъгъл $(1, 1)$ до долния десен ъгъл (N, M), които отговарят на следните две условия:

1. Можете да се движите само надясно или надолу.
2. Сумата от числата по пътя трябва да се дели на дадено число P.

Вход

На първия ред на стандартния вход са зададени три цели числа N, M и P, които съответно означават броя на редовете, броя на колоните и числото за делимост. Следващите N реда съдържат по M цели числа, описващи таблицата.

Изход

На стандартния изход изведете едно цяло число – броя на пътищата от $(1, 1)$ до (N, M), които отговарят на условията.

Ограничения

- $2 \leq N, M \leq 20$.
- $1 \leq P \leq 1\,000\,000$.
- Всяко число $a_{(x,y)}$ е в интервала $[-10^9, 10^9]$.
- В 50% от тестовете $N + M \leq 20$.

Пример

Вход	Изход
3 3 7 1 2 3 4 5 6 7 8 9	1

Обяснение на примера

В дадения пример има точно един път, чиято сума е делима на 7:

- Път $(1, 1) \to (1, 2) \to (1, 3) \to (2, 3) \to (3, 3)$ със сума $1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$.

Задача А2. ПРИМ

⏳ 2 сек. 💾 256 MB

Иванчо е много любопитно момче. Той много обича да пита Марийка всевъзможни въпроси. Днес той е решил да я изпитва на урока за простите числа. Всяка минута Иванчо измисля 2 числа a и b и иска Марийка да му каже колко на брой са простите числа в интервала $[a, b]$ (включително a и b).

Помогнете на Марийка като напишете програма, която да отговаря на въпросите на Иванчо вместо нея.

Вход

На първия ред от стандартния вход е дадено числото $N\,(1 \leq N \leq 10^3)$ — броят на зададените въпроси.

Следват N реда, всеки с две числа a_i и b_i ($1 \leq a_i \leq b_i \leq 10^{12}$), за които трябва да се отговори. Сумата на всички дължини на интервали за дадените въпроси е най-много 10^7.

Изход

На стандартния изход отпечатайте N реда, като на всеки ред изведете броя на простите числа в интервала $[a_i, b_i]$.

Ограничения

- $1 \leq N \leq 10^3$
- $1 \leq a_i \leq b_i \leq 10^{12}$
- Сумата на дължините на $[a_i, b_i]$ за всички въпроси е най-много 10^7

Подзадачи

Подзадача	**Точки**	N	**Допълнителни условия**
1	30	≤ 10	$1 \leq a_i \leq b_i \leq 10^7$
2	30	$\leq 10^3$	Сумата на дължините за всички въпроси е най-много 10^3
3	40	$\leq 10^3$	Няма

Точки за дадена подзадача се присъждат само при успешно преминаване на всички тестове за нея.

Пример

Вход	**Изход**	**Обяснение**
3 1 10 11 20 20 30	4 4 2	Простите числа в първия интервал $[1, 10]$ са $2, 3, 5, 7$. Във втория интервал $[11, 20]$ са $11, 13, 17, 19$. В третия интервал $[20, 30]$ са $23, 29$.

Задача А3. ДВУДЕЛЕН ГРАФ

⏳ 0.6 сек. 💾 256 MB

Яна не успя да измисли история за тази задача (дори с помощта на ChatGPT). Поради тази причина Вие ще получите проблема в грубата му, математическа формулировка.

XLI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
Общински кръг, 15 декември 2024 г.
Група A, 11 – 12 клас

Даден Ви е граф G с n върха и m ребра. Определете дали графът е двуделен. Ако не е такъв, изведете -1. В противен случай ще получите списък от q двойки (u_j, v_j), описващи ребра. Добавяйки новите ребра едно по едно в реда, в който са подадени на входа, засечете първият момент, когато графът спира да бъде двуделен. Ако няма такъв момент, изведете -2.

Граф G наричаме "двуделен", когато неговите върхове могат да бъдат разделени в две подмножества, такива че всяко ребро в графа свързва два върха, принадлежащи на различни множества.

Напишете програма **`bipartite`**, която решава тази задача.

Вход

От първия ред на стандартния вход се въвеждат n, m и q – броя на върховете в графа, броя на ребрата в оригиналния граф и броя на ребрата, които ще се добавят в последствие към графа.

На всеки от следващите m реда се въвежда по една двойка (u_i, v_i) за $1 \leq i \leq n$, описваща ребро, присъстващо в оригиналния граф.

На всеки от следващите q реда се въвежда по една двойка (u_j, v_j) за $1 \leq j \leq q$, описваща ребро, което ще се добави към графа. Допълнителните ребра са въведени във входа *точно* в реда, в който ще бъдат добавяни в графа.

Изход

На единствения ред на стандартния изход изведете единствено число:

- -1, ако въведеният граф не е двуделен преди изпълнението на каквито и да е добавяния на ребра.
- -2, ако графът е двуделен и няма добавено ребро, което да развали двуделността му.
- x, където x е индексът на реброто, чието добавяне в графа разваля двуделността му.

Ограничения

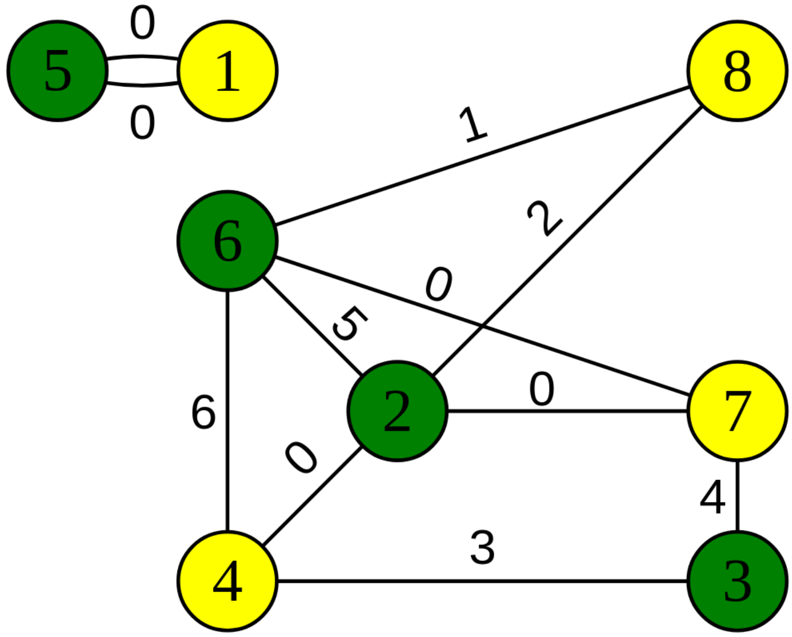
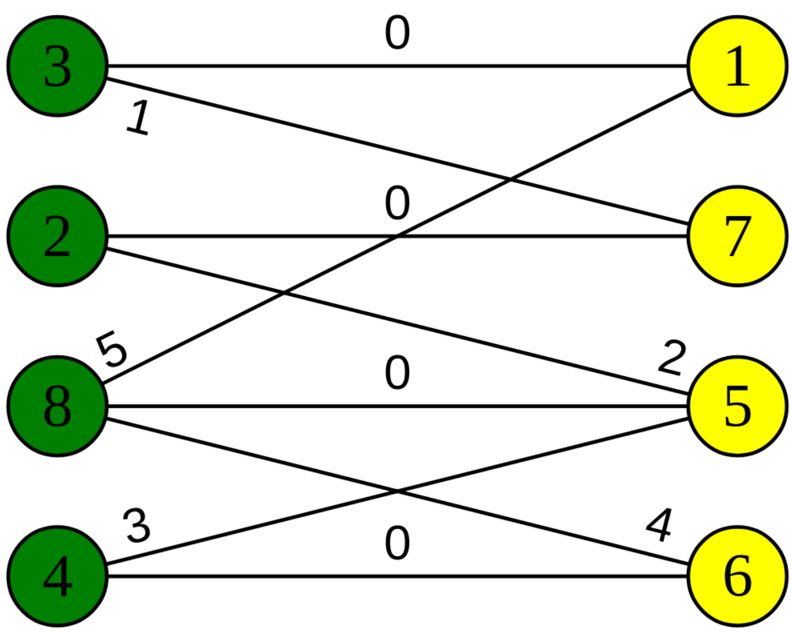
- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq m, q \leq 4 \times 10^5$
- $1 \leq u_i, v_i, u_j, v_j \leq n$ за $1 \leq i \leq m$ и $1 \leq j \leq q$
- В графът може да *има* мултиребра и примки.
- В около 33% от тестовете $q = 0$.

Пример

Вход	**Изход**	**Обяснение**

`3 3 0`
`1 2`
`1 3`
`2 3`
	`-1`	Доказуемо е, че описаният граф не е двуделен.

`3 0 3`
`1 2`
`1 3`
`2 3`
	`3`	Добавянето на последното ребро разваля двуделността на графа.

<table>
<tr><th>Вход</th><th>Изход</th><th>Обяснение</th></tr>
<tr><td><code>8 5 6
1 5
5 1
6 7
2 4
2 7
6 8
8 2
4 3
3 7
6 2
4 6</code></td><td><code>5</code></td><td>На илюстрацията отдолу е показан графа от примера. С 0 са означени ребрата, които оригинално са в графа. С положителни числа са означени ребрата, които се добавят впоследствие, в реда им на добавяне.

</td></tr>
<tr><td><code>8 4 5
1 3
2 7
8 5
4 6
3 7
2 5
4 5
6 8
8 1</code></td><td><code>-2</code></td><td>Тук графът е двуделен през цялото време.

</td></tr>
</table>