

# НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ, 23 януари 2021 г.

Група А, 11 – 12 клас

## Задача А1. Плочки

Леонардо Пътешественикът от Пиза много обича да подрежда плочки, естествено без те да се припокриват и без да оставят пропуски. Сега той иска изцяло да покрие една лента с размери 2 на  $N$ . Леонардо по принцип разполага с два вида плочки: **I** плочки, с размери 2 на 1, и **L** плочки, квадрати 2 на 2, но без горната лява четвъртина. За жалост, е възможно в момента да са му свършили плочките от един от двата вида, но не и от двата.

Тъй като Леонардо се интересува от математика, той се чуди по колко различни начина може изцяло да покрие лентата по оказаните условия, използвайки само видовете плочки, с които разполага. Разбира се, той може свободно да върти плочките преди да ги постави на лентата. Уви, по негово време компютри е нямало, а лентата може да е доста дълга, та задачата му останала нерешена. Сега е Ваш ред да се заемете с този проблем. Напишете програма **tiling**, която да намира търсеният брой и да го извежда по модул  $10^9 + 7$ .

**Вход.** От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели положителни числа:  $N$  и  $T$  – дължината на лентата и какви видове плочки има Леонардо.  $T = 1$  означава само **I** плочки,  $T = 2$  означава само **L** плочки, а  $T = 3$  означава и двата вида.

**Изход.** На първия ред на стандартния изход изведете едно цяло неотрицателно число – броят начини лентата да се покрие с плочки от видовете, с които Леонардо разполага, по модул  $10^9 + 7$ .

*Забележка:  $X$  по модул  $K$  е равно на остатъкът на  $X$  при деление на  $K$ .*

### Ограничения

$$1 \leq N \leq 10^{18}$$

$$1 \leq T \leq 3$$

### Тестове

В 20% от тестовете:  $N \leq 10$  и  $T = 3$

В други 30% от тестовете:  $N \leq 10^6$  и  $T = 1$

В други 20% от тестовете:  $N \leq 10^6$  и  $T = 2$

В други 20% от тестовете:  $N \leq 10^6$  и  $T = 3$

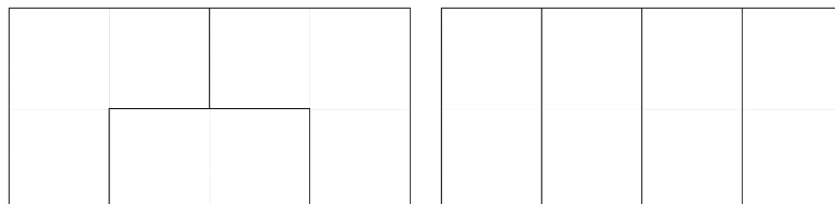
В други 10% от тестовете:  $N \leq 10^{18}$  и  $T = 3$

### Примерни тестове

Вход 1	Изход 1	Вход 2	Изход 2
4 3	11	5 1	8

### Обяснение на примерен тест 1

Показани са две (от 11-те различни) примерни покрития на лентата:



**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА**  
**ОБЩИНСКИ КРЪГ, 23 януари 2021 г.**  
**Група А, 11 – 12 клас**

**Задача А2. Пермутация**

В редица са подредени  $N$  еднакви малки картончета. Върху всяко от тях е записано по едно цяло число между 1 и  $N$ , и всичките записани числа са различни. Разглеждаме преобразование, което размества картончетата в редицата, така че картонче намиращо се на  $i$ -то място се премества на място с номер  $p_i$ . Разместването става едновременно за всички картончета и за всяко  $i \neq j$  е изпълнено, че  $p_i \neq p_j$ . При зададени стойности  $p_i$  извършваме последователно описаното преобразование  $M$  пъти. Напишете програма **perm**, която в края на процеса от размествания отпечатва числата, записани върху картончетата, ако първоначално картончетата са били със записани числа в естествената подредба от ляво надясно: 1, 2, ...,  $N$ .

**Вход:** Вашата програма прочита от стандартния вход стойностите на  $N$  и  $M$ , и стойностите  $p_1, p_2, \dots, p_N$ . Всички числа във входа са разделени с интервали.

**Изход:** Вашата програма трябва да изведе на стандартния изход последователността от числа, записани върху картончетата след извършване  $M$  пъти на описания процес на разместване. Всеки две съседни числа в изхода трябва да са разделени с точно един интервал.

**Ограничения:**  $1 < N < 30\,000$ ;  $0 < M < 10^{17}$ . Числата  $p_1, p_2, \dots, p_N$  имат целочислени стойности между 1 и  $N$ , и измежду тях няма еднакви.

**Пример:**

**Вход**

```
5 2
3 1 5 4 2
```

**Изход**

```
5 3 2 4 1
```

**Пояснение:** Разместването се прилага 2 пъти. При първото прилагане картончето намиращо се на първо място отива на трето място, картончето намиращо се на втори място отива на първо място и т.н. Отбелязваме, че картончето на четвърто място остава на мястото си. Така след първото разместване числата, написани върху картончетата са следните: 2,5,1,4,3. След второто разместване картончето, което в момента се намира на първо място отива на трето място, картончето, което в момента се намира на втори място отива на първо място и т.н., и накрая на целия процес числата, написани върху картончетата са следните: 5, 3, 2, 4, 1.

# НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ, 23 януари 2021 г.

Група А, 11 – 12 клас

## Задача А3. Three

В държавата  $X$  има  $N$  града номерирани с целите числа от 1 до  $N$ . Пътната система на държавата се състои от точно  $N - 1$  двупосочни пътя, всеки от които директно свързва два града. Пътищата са конструирани така, че от всеки град може да се стигне до всеки друг използвайки поредица от директни пътища.

Правителството на държавата  $X$  иска да избере точно **три** различни града, които да субсидира. Единственото условие за избора, с цел равномерно разпределение, е **никой два от тези три града да не са свързани с директен двупосочен път**. Сега от правителството се притесняват, че има твърде много избори за тези три града, затова ви молят да им помогнете като пресметнете колко точно са те. Напишете програма **three**, която намира търсения брой валидни тройки градове.

### Вход

От първия ред на стандартния вход се въвежда едно цяло положително число  $N$  – броя градове в държавата. От всеки от следващите  $N - 1$  реда се въвеждат две числа - краищата на двупосочен път. Гарантирано е, че образуваната пътна система изпълнява ограниченията описани в условието.

### Изход

На единствен ред на стандартния изход изведете едно цяло число – броят начини да се изберат три различни града, така че никой два да не са свързани с директен двупосочен път.

### Ограничения

$$1 \leq N \leq 10^5$$

В 20% от тестовете:  $N \leq 200$

В други 30% от тестовете:  $N \leq 5000$

### Примерен тест

Вход	Изход
5	2
3 1	
2 5	
4 2	
1 2	

### Обяснение на примерния тест

Има две валидни тройки градове между които няма директни пътища -  $\{1, 4, 5\}$  и  $\{3, 4, 5\}$ . Всички останали тройки са невалидни. Например  $\{1, 3, 5\}$  е невалиден избор, тъй като има директен път между градове 1 и 3.

*Забележете, че броят неподредени тройки, т.е.  $\{1, 4, 5\}$  и  $\{1, 5, 4\}$  се броят за една и съща тройка.*